LYCEE ENFIDA **Prof : Mr ZAOUI**

DEVOIR DE SYNTHSE **Classe : 4ème Eco-Gest**

DE MATHEMATIQUES N°2 **Durée : 2heures**

Date : 05 /03/2008

Exercice N°1 : 5 pts

A/ Dans chacun des cas suivants, donner une primitive de f sur l'intervalle I :

a/ $f(x)=-x^3+x-\frac{1}{\sqrt{x}}$ $I=]0,+\infty[$; b/ $f(x)=\frac{12x^3}{3x^4+1}$ $I=\mathbb{R}$

B/ Soit f la fonction définie sur $]-\infty,-2[$ par $f(x)=\frac{x^2+4x+6}{(x+2)^2}$

a/ Justifier que f admet une primitive sur $]-\infty,-2[$.

b/ Déterminer les réels a et b tels que pour tout réel x de $]-\infty,-2[$, $f(x)=a+\frac{b}{(x+2)^2}$.

c/ En déduire la primitive F de f sur $]-\infty,-2[$, qui prend 1 en -3.

Exercice N°2 : 7 pts

Des touristes sont logés dans un hôtel noté A. Un guide fait visité six cites touristiques noté B,C,D,E,F et G. Les tronçons de route qu'il peut emprunté sont représentés sur le graphe ci-contre :(le long de chaque arête figure la distance en kilomètres de différents tronçons).

1/ Ce graphe est-il connexe ? Justifier la réponse.

2/ Déterminer le nombre chromatique de graphe.

3/ a/ A partir de l'hôtel, le guide peut-il emprunter tous les tronçons de route en passant une fois et une seule sur chacun d'eux ? Justifier la réponse.

b/ Même question s'il doit obligatoirement terminer son circuit à l'hôtel.

4/ Déterminer le plus court chemin menant de l'hôtel A au site E. Justifier la réponse.

Exercice N°3 : 8 pts

I/ Soit g la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x)=-x^2+1-\ln x$.

1/ Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2/ a/ Dresser le tableau de variation de g .

b/ Calculer $g(1)$.

c/ En déduire que : si $0<x<1$ alors $g(x)>0$.

si $x>1$ alors $g(x)<0$.

II/ On considère la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=3-x+\frac{\ln x}{x}$

et on désigne par ζ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$ (unité graphique : 2cm).

1/ Calculer $f'(x)$ et vérifier que pour tout x strictement positif on a : $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.

2/ Dresser le tableau de variation de f .

3/ Montrer que la droite (D) d'équation : $y=3-x$ est une asymptote oblique à ζ au voisinage de $+\infty$.

4/ Déterminer la position relative de ζ et (D).

5/ Ecrire une équation de la tangente (T) à la courbe ζ au point d'abscisse e .

6/ Tracer (T),(D) et la courbe ζ .

BON TRAVAIL